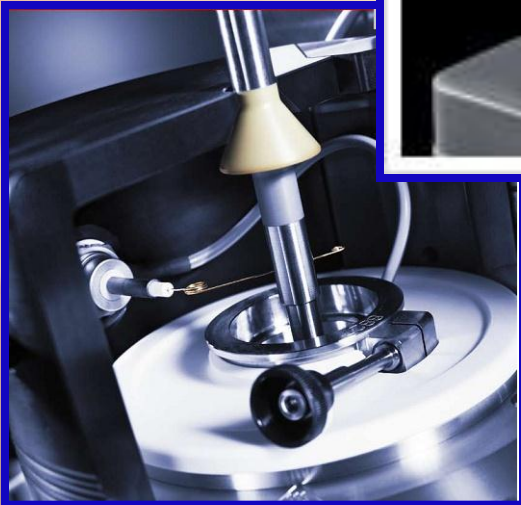
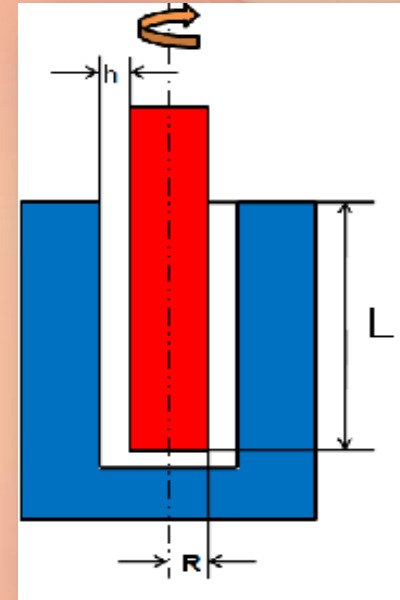


ระบบทรงกระบอกเหวี่ยงศูนย์ (CONCENTRIC CYLINDER)



MTT 651 POLYMER RHEOLOGY

การใช้งานระบบทรงกระบอกเหวี่ยงศูนย์

- วัดจากแรงบิดที่เกิดจากส่วนที่เป็นแท่งทรงกระบอกด้านในและแท่งทรงกระบอกด้านนอก
- โดยที่จะมีของไหลที่ต้องการจะทราบความหนืดบรรจุอยู่ระหว่างแท่งทรงกระบอกทั้งสอง

ในปัจจุบันมีการใช้งานในระบบ concentric cylinder โดยมีการประยุกต์ใช้ที่สามารถใช้ได้ในช่วงอุณหภูมิ $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ จนถึง $150\text{ }^{\circ}\text{C}$ โดยมี heating rates อยู่ที่ $15\text{ }^{\circ}\text{C} / \text{min}$

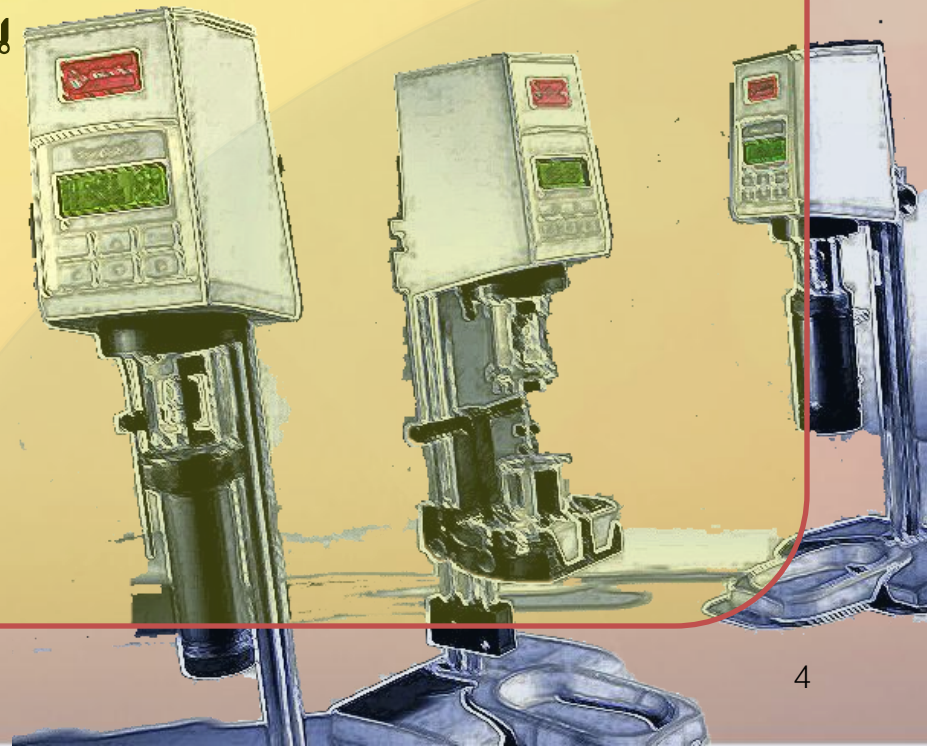
ข้อได้เปรียบของระบบทรงกระบอกเหวี่ยงศูนย์

- ทดสอบวัดความหนืดโดยที่ของไหลมีความหนืดต่ำได้น้อยกว่า 100 Ns.m^{-2}
- สามารถกำจัดฟองอากาศที่เกิดจากการระเหยของสารเติมแต่งออกจากเครื่องมือวัดได้ดี
- สามารถวัดสมบัติการไหลของพอลิเมอร์หลอมเหลวที่มีสารเติมแต่งเป็นลักษณะของแข็งหรือที่มีอนุภาคขนาดใหญ่ได้แม่นยำ
- ใช้ในอัตราความเร็วเฉือนที่สูงได้
- ใช้กับสารที่มีข้อจำกัดในเรื่องของการกระจายตัวได้



ข้อเสียเปรียบของระบบทรงกระบอกเหวี่ยงศูนย์

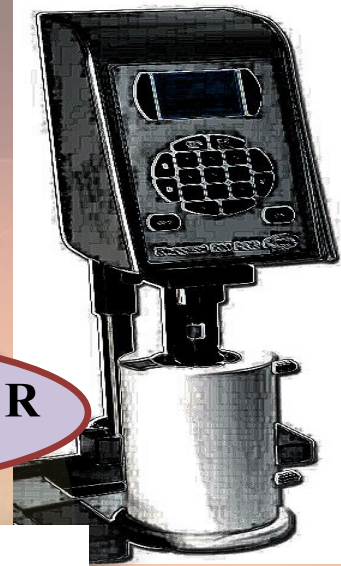
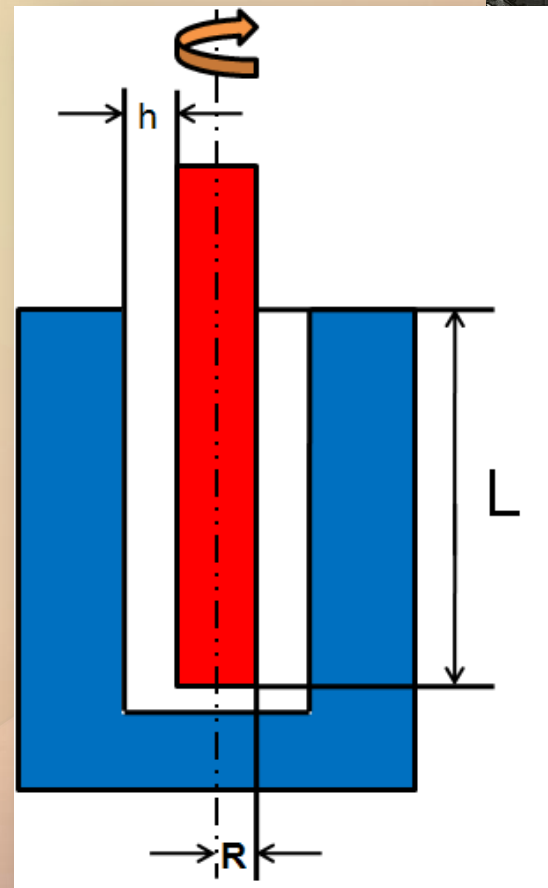
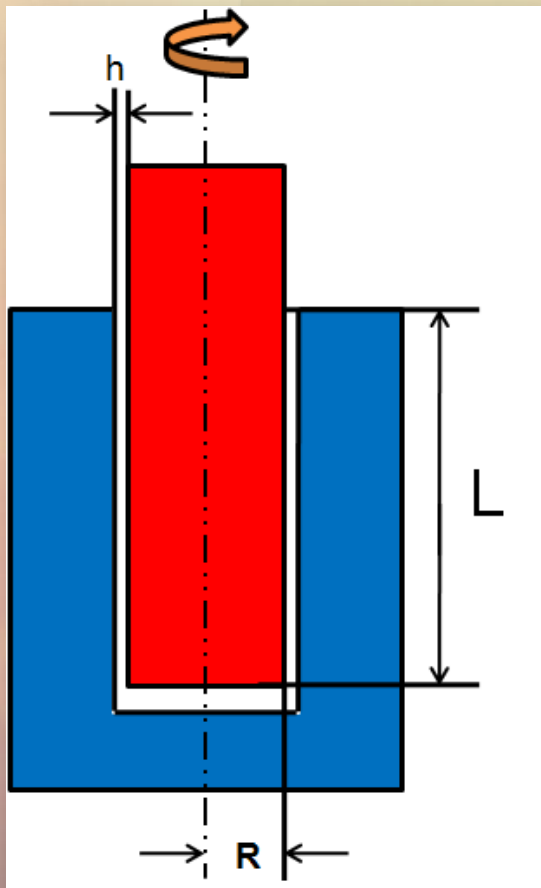
- ต้องใช้สารตัวอย่างพอลิเมอร์ปริมาณมาก
- เป็นเครื่องมือที่ต้องการความชำนาญของผู้ใช้เนื่องจากมีความซับซ้อนมากกว่าระบบอื่น



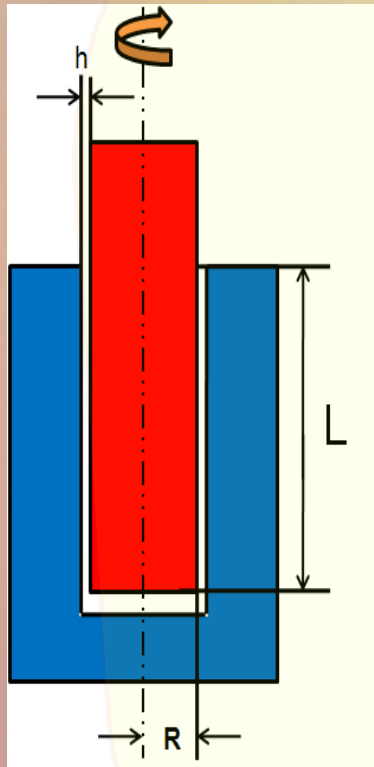
ระบบทรงกระบอกเหวี่ยงศูนย์

กรณีที่มีค่า h น้อยเมื่อเทียบกับ R

กรณีที่มีค่า h มากเมื่อเทียบกับ R



กรณีที่ 1 : ค่า h มีขนาดเล็กมากเมื่อเปรียบเทียบกับขนาดของรัศมีของแท่งทรงกระบอก



$$\text{shear rate } (\dot{\gamma}) = \frac{\text{surface speed}}{\text{gap}} = \left[\frac{R + h}{h} \right] \omega$$

ω ค่าความเร็วเชิงมุมของแท่งทรงกระบอก

เมื่อค่า h มีค่าเล็กมาก ดังนั้นจึงสมมุติว่า การกระจายตัวของความเร็วของของไหลระหว่างช่องว่างแท่งทรงกระบอกมีลักษณะเป็นเส้นตรง และไม่พิจารณาผลกระทบใดที่เกิดจากความโค้งของแท่งทรงกระบอก

$$\begin{aligned} \text{Couple } (C) &= [\text{area}] \cdot [\text{shear stress}] \cdot [\text{radius}] \\ &= [2\pi RL] \cdot [\tau] \cdot [R] \end{aligned}$$

ค่าความหนืดของไหล (η) ในกรณีที่ของไหลเป็น นิวโตเนียน

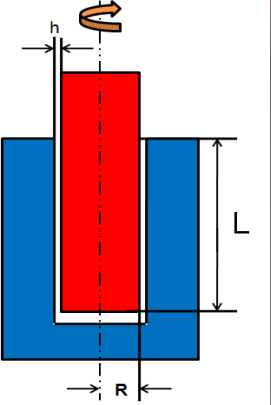
$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

$$\text{Couple } (C) = [2\pi RL] \cdot [\tau] \cdot [R]$$

$$\frac{\text{Couple } (C)}{[2\pi RL][R]} = [\tau]$$

$$\text{shear rate } (\dot{\gamma}) = \left[\frac{R+h}{h} \right] \omega$$

$$\eta = \frac{C}{2\pi R^2 L} \times \frac{h}{\omega (R+h)}$$



เมื่อให้ค่า R มากกว่า h มากๆ ส่งผลทำให้ $(R+h) = R$ จึงทำให้

$$\eta = \frac{C}{2\pi R^2 L} \times \frac{h}{\omega (R+h)} \longrightarrow \boxed{\eta = \frac{Ch}{2\pi R^3 L \omega}}$$

ไม่พิจารณาผลกระทบแรงเฉือนบริเวณพื้นของแท่งทรงกระบอกเนื่องจากแรงบิดที่เกิดขึ้นจากแรงเฉือนบริเวณพื้นแท่งทรงกระบอก ไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของความสูง L และสมมติว่า R, ω, h , และช่องว่างพื้นแท่งทรงกระบอก ให้เป็นค่าคงที่ทั้งหมด

หากพิจารณาความสูงของแท่ง
ทรงกระบอกทั้งสอง (L_1, L_2)

$$C = \frac{2\pi R^3 L \omega \eta}{h}$$

$$\text{Total Couple} = \boxed{\frac{2\pi R^3 L \omega \eta}{h}} + C_{base}$$

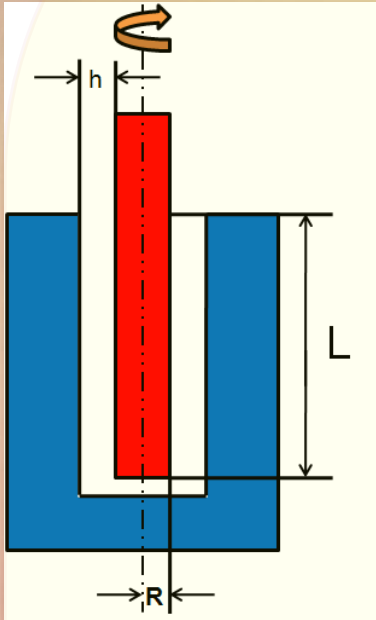
$$\text{Total Couple} = \frac{2\pi R^3 L \omega \eta}{h} + C_{base}$$

$$C_1 - C_2 = \frac{2\pi R^3 \omega \eta}{h} (L_1 - L_2)$$

C_1, C_2 คือแรงบิดที่เกิดขึ้นกับความสูงของแท่งทรงกระบอกที่มีความยาว L_1, L_2

$$\eta = \frac{(C_1 - C_2)h}{2\pi R^3 \omega (L_1 - L_2)}$$

กรณีที่ 2 : ค่า h มีขนาดไม่เล็กมากเมื่อเปรียบเทียบกับขนาดรัศมีของแท่งทรงกระบอกด้านใน



ส่งผลให้ความเร็วของของไหลจะเปลี่ยนแปลงไปตามรัศมี (r)

จึงไม่สามารถใช้สมมติฐานในเรื่องของการกระจายตัวของความเร็วของของไหลระหว่างช่องว่างกับแท่งทรงกระบอกมีลักษณะเป็นเส้นตรงได้อีก

ความเร็วของของไหล (V) ในแต่ละตำแหน่งของของไหลในแนวรัศมีสามารถหาได้จาก

$$V = r\omega$$

เมื่อ ω คือความเร็วเชิงมุมของของไหลในแต่ละตำแหน่งตามแนวรัศมี

$$v = r\omega$$

ผ่านการเดฟเฟอเรนชิเอทจะได้

$$shear\ rate = \frac{dv}{dr} = \omega + r \frac{d\omega}{dr}$$

หากแท่งทรงกระบอกทั้ง 2 เคลื่อนที่ไปพร้อมๆกันจะพบว่าความเร็วของของไหลจะมีค่าคงที่ดังนั้นอัตราการเครียดเฉือนจะลดรูปลงดังนี้

$$\frac{dv}{dr} = \omega$$

การกระจายตัวของความเร็วของของไหลตามแนวรัศมีของช่องว่างระหว่างแท่งทรงกระบอกคือ

$$\frac{dv}{dr} = r \frac{d\omega}{dr}$$

พิจารณาเฉพาะส่วนที่เป็นวงแหวนของของไหล (dr) ในช่องว่างระหว่างแท่งทรงกระบอกทั้งสองเป็นระบบที่อยู่ในสภาวะคงที่

แรงบิดของแท่งทรงกระบอกด้านใน = แรงบิดของแท่งทรงกระบอกด้านนอก

$$\text{Couple} = [\text{area}] \cdot [\text{shear stress}] \cdot [\text{radius}]$$

$$\text{Couple (ด้านใน)} = [2\pi r \cdot dz] \cdot [\tau(r)] \cdot [r]$$

$$\text{Couple (ด้านนอก)} = [2\pi(r + dr) \cdot dz] \cdot [\tau(r + dr)] \cdot [r + dr]$$

จะได้ความสัมพันธ์คือ ;

$$\text{Couple} = f \{ r^2 \tau(r) \}$$

$Couple = f \{ r^2 \tau(r) \}$ ในสถานะคงที่ ค่าแรงบิดจะไม่เปลี่ยนแปลงตลอด
ช่วงเวลาการทดสอบ และตามระยะรัศมี

ส่งผลให้
$$\frac{d(couple)}{dr} = \frac{d}{dr} \{ r^2 \cdot \tau(r) \} = 0$$

ของไหลมีพฤติกรรมตามกฎของนิวโตเนียน $\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ และ $\dot{\gamma} = r \frac{d\omega}{dr}$ จะได้

$$\frac{d(couple)}{dr} = \frac{d}{dr} \left\{ r^2 \cdot \eta r \frac{d\omega}{dr} \right\} = 0$$

เมื่อทำการหาผลรวม (อินทิเกรต) จะได้

$$C_1 = r^3 \eta \frac{d\omega}{dr} \quad ; \quad \text{โดยที่ } C_1 \text{ คือค่าคงที่ภายหลังการหาผลรวม}$$

$$C_1 = r^3 \eta \frac{d\omega}{dr} \xrightarrow{\text{ทำการย้ายข้าง}} \frac{d\omega}{dr} = \frac{C_1}{r^3 \eta}$$

เมื่อทำการหาผลรวมอีกครั้ง

$$\omega = \frac{1}{\eta} C_1 \int \frac{1}{r^3} dr = \frac{1}{\eta} C_1 \left[-\frac{1}{2r^2} + C_2 \right] ; \text{ โดยที่ } C_2 \text{ คือค่าคงที่ภาย}$$

หลังการหาผลรวม

ให้ค่า $r = a$, $\omega = 0$ ดังนั้นจะได้ $C_2 = \frac{1}{2a^2}$ เมื่อนำไปแทนค่าจะได้

$$\omega = \frac{1}{\eta} C_1 \left[-\frac{1}{2r^2} + \frac{1}{2a^2} \right] ; \text{ ที่บริเวณผิวของแท่งทรงกระบอกด้านใน}$$

เมื่อ $r = b$, $\omega = \Omega$ (ที่บริเวณผิวของแท่งทรงกระบอกด้านนอก) จะได้

$$\Omega = \frac{1}{\eta} C_1 \left[-\frac{1}{2b^2} + \frac{1}{2a^2} \right] = \frac{1}{\eta} C_1 \left[\frac{b^2 - a^2}{2a^2b^2} \right]$$

ดังนั้น $C_1 = \eta \Omega \left[\frac{2a^2b^2}{b^2 - a^2} \right]$ และนำกลับไปแทนค่าใน $\omega = \frac{1}{\eta} C_1 \left[-\frac{1}{2r^2} + \frac{1}{2a^2} \right]$ จะได้

$$\omega = \Omega \left[\frac{2a^2b^2}{b^2 - a^2} \right] \left[-\frac{1}{2r^2} + \frac{1}{2a^2} \right]$$

ทำการเดฟเฟอเรนชิเอทจะได้

$$\frac{d\omega}{dr} = \Omega \left[\frac{2a^2b^2}{b^2 - a^2} \right] \frac{1}{r^3}$$

จากสมการ $Couple = \left\{ \tau(r) 2\pi r^2 dz \right\}_{r=a}$

ในกรณีของไหลนิวโตเนียน ค่าแรงบิดจะหาได้จาก


$$Couple = \left\{ \eta r \frac{d\omega}{dr} 2\pi r^2 dz \right\}_{r=a}$$

นำค่า $\frac{d\omega}{dr} = \Omega \left[\frac{2a^2 b^2}{b^2 - a^2} \right] \frac{1}{r^3}$ แทนค่าในสมการดังกล่าวจะได้

$$Couple = \frac{4\pi\eta\Omega L a^2 b^2}{(b^2 - a^2)}$$

ในกรณีที่ไม่เป็นของไหลนิวโตเนียน

จะใช้สูตร $\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ ไม่ได้เนื่องจากมีของไหลมีความหนืดที่ไม่คงที่เมื่อได้รับแรง shear ที่มากขึ้น

โดยที่สูตรที่ใช้ในกรณีที่ไม่เป็นของไหลนิวโตเนียนจะใช้สูตร

$$\tau = k\dot{\gamma}^n$$

โดยที่ shear stress (τ) = $\frac{C}{2\pi R^2 L}$ และ shear rate ($\dot{\gamma}$) = $\left[\frac{R+h}{h} \right] \omega$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\frac{C}{2\pi R^2 L} = k \left(\frac{\omega(R+h)}{h} \right)^n$$

ซึ่งค่า power law จะบอกถึงลักษณะของของไหลว่าเป็นของไหลประเภท dilatant , newtonian หรือ pseudoplastic



Thank you