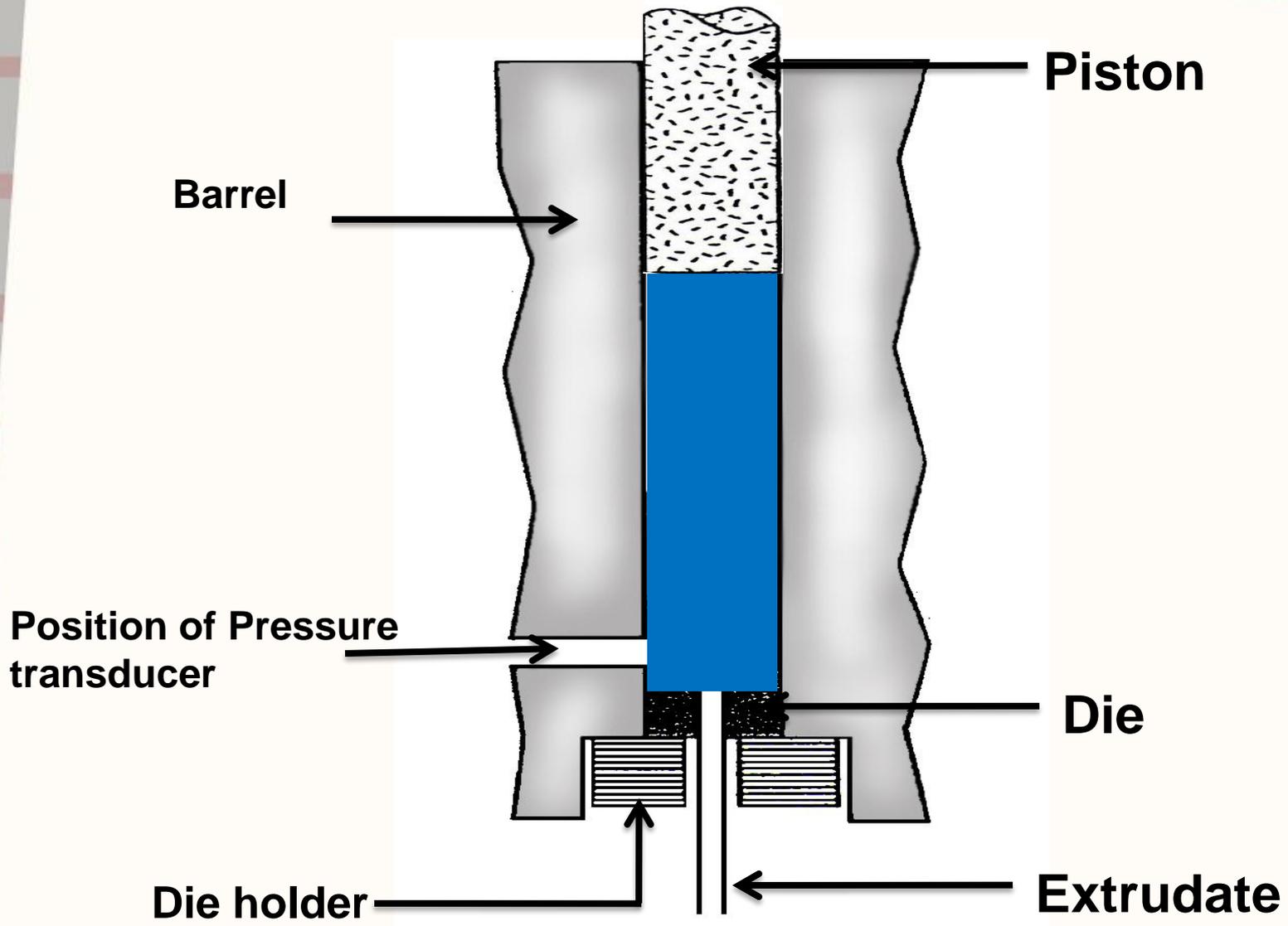


Rate-controlled Rheometer



การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดกลม

$$Y_w = \frac{4Q}{\pi R^3}$$

Q = อัตราการไหลเชิงปริมาตร ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)

R = รัศมีของหัวจี้รูป

การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครีดเนียนในท่อหน้าตัดกลม

$$Q = \int_0^R 2\pi r V_z dr$$

$$Q = 2\pi \int_0^R r V_z dr$$

$$U = V_z \quad , \quad \underline{dv = r dr}$$

$$\underline{du = dv_z} \quad , \quad v = r^2 / 2$$

หาผลรวมโดยวิธี by pass

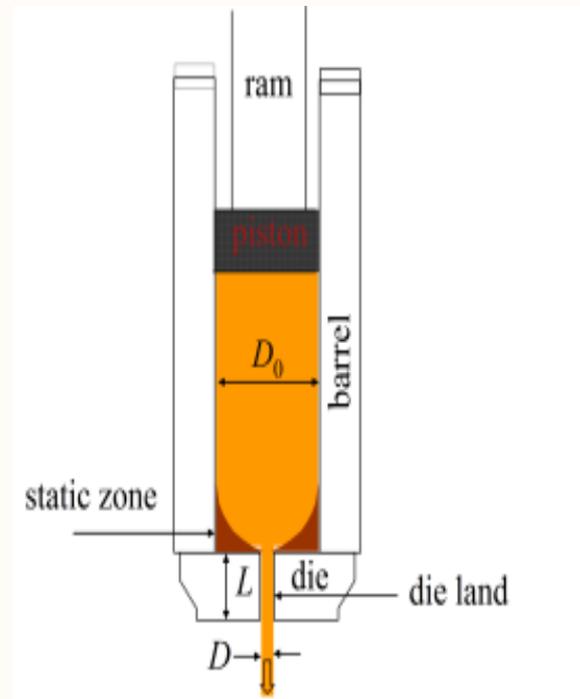
$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$Q = 2\pi \left[\left(\frac{r^2}{2} V_z \right) - \int_0^R \frac{r^2}{2} dV_z \right]$$

ที่ $r=0 \rightarrow \underline{V_z} = \max$, $r=R \rightarrow \underline{V_z} \cong 0$

$$Q = 2\pi \int_0^R \frac{r^2}{2} dV_z$$

จาก $\frac{r}{\tau} = \frac{R}{\tau_w} \rightarrow r = \frac{R\tau}{\tau_w}$



การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดกลม

$$Q = -2\pi \int_0^R \frac{r^2}{2} dV_z$$

$$Q = -\pi \int_0^{\tau_w} \frac{R^2 \tau^2}{\tau_w^2} \gamma dr$$

$$Q = -\pi \int_0^{\tau_w} \frac{R^2 \tau^2}{\tau_w^2} \gamma d\left(\frac{R\tau}{\tau_w}\right)$$

$$Q = -\pi \int_0^{\tau_w} \frac{R^3 \tau^2}{\tau_w^3} \gamma d\tau$$

$$Q = -\pi \frac{R^3}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} \tau^2 \gamma d\tau$$

$$\frac{Q\tau_w^3}{\pi R^3} = -\int_0^{\tau_w} \tau^2 \gamma d\tau$$

$$\frac{d}{d\tau_w} \left[\frac{1}{\pi R^3} (Q\tau_w^3) \right] = -\frac{d}{d\tau_w} \left(\frac{-\gamma\tau_w^3}{3} \right)$$

$$\text{จาก } \frac{r}{\tau} = \frac{R}{\tau_w} \rightarrow r = \frac{R\tau}{\tau_w}$$

$$\gamma = \frac{dV_z}{dr} \rightarrow dV_z = \gamma dr$$

การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดกลม

Leibniz rule

$$F(x) = g(x)h(x)$$

$$F'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$$

$$\frac{1}{\pi R^3} \left(3\tau_w^2 Q + \tau_w \frac{dQ}{d\tau_w} \right) = -\gamma \tau_w^2$$

$$\text{จาก } \tau_w = \frac{R\Delta P}{2L}$$

$$\frac{1}{\pi R^3} \left(3Q + \frac{R\Delta P}{2L} \frac{dQ}{d\left(\frac{R\Delta P}{2L}\right)} \right) = -\gamma$$

$$\frac{1}{\pi R^3} \left(3Q + \Delta P \frac{dQ}{d(\Delta P)} \right) = -\gamma$$

$$-\gamma_w = \frac{1}{\pi R^3} \left(3Q + \Delta P \frac{dQ}{d(\Delta P)} \right)$$

$$-\gamma_w = \frac{4Q}{\pi R^3}$$

การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

$$\gamma_w = \frac{6Q}{WH^2}$$

Q = อัตราการไหลเชิงปริมาตร ($\text{m}^3 \text{s}^{-1}$)

W = ความกว้างของหัวขึ้นรูป

H = ความสูงของหัวขึ้นรูป

V_z = ความเร็วของหน่วยย่อยของ
การไหลตลอดความยาวของการไหล

สมมติฐาน

ความกว้าง \gg ความสูง

การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

$$Q = 2 \int_0^{H/2} W V_z dh$$

$$Q = 2W \int_0^{H/2} V_z dh$$

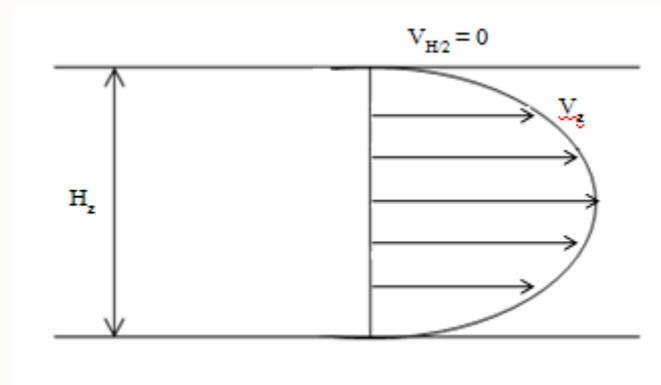
$$\frac{Q}{2W} = \int_0^{H/2} V_z dh$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\frac{Q}{2W} = [hV_z] - \int_0^{H/2} h dV_z$$

$$Q = -2w \int_0^{H/2} h dV_z$$

$$Q = -2w \int_0^{H/2} h \left(\frac{dV_z}{dh} \right) dh$$



$$U = V_z \quad , \quad dv = dh$$

$$du = dV_z \quad , \quad v = h$$

การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

$$\frac{2\tau_w}{H} = \frac{\tau}{h} \longrightarrow h = \frac{H\tau}{2\tau_w} \longrightarrow dh = \frac{H}{2\tau_w} d\tau$$

$$Q = -2w \int_0^{\tau_w} \frac{H\tau}{2\tau_w} \left(\frac{dV_z}{dh}\right) \frac{H}{2\tau_w} d\tau$$

$$Q = -2w \int_0^{\tau_w} \frac{H^2\tau}{4\tau_w^2} \left(\frac{dV_z}{dh}\right) d\tau$$

$$Q = \frac{-2wH^2}{4\tau_w^2} \int_0^{\tau_w} \tau \left(\frac{dV_z}{dh}\right) d\tau$$

$$\frac{2Q\tau_w^2}{WH^2} = - \int_0^{\tau_w} \tau \left(\frac{dV_z}{dh}\right) d\tau$$

$$\frac{2Q\tau_w^2}{WH^2} = - \int_0^{\tau_w} \tau \gamma d\tau$$

การพิสูจน์สมการค่าอัตราเครียดเฉือนในท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยม

$$\left(\frac{2\tau_w^2}{WH^2}\right)\left(\frac{dQ}{d\tau_w}\right) + \frac{4\tau_w Q}{WH^2} = -\gamma_w \tau_w$$

$$\left(\frac{2\tau_w}{WH^2}\right)\left(\frac{dQ}{d\tau_w}\right) + \frac{4Q}{WH^2} = -\gamma_w$$

$$\tau_w = \frac{H\Delta P}{2L}$$

$$-\gamma_w = \left(\frac{4Q}{WH^2}\right) + \left(\frac{2\tau_w}{WH^2}\right)\left(\frac{\Delta PH}{2L}\right)\left(\frac{dQ}{d(H\Delta P/2L)}\right)$$

$$-\gamma_w = \frac{4Q}{WH^2} + \frac{2}{WH^2} \frac{H\Delta P}{2L} \frac{2L}{H} \frac{dQ}{d\Delta P}$$

$$-\gamma_w = \frac{2}{WH^2} \left(2Q + \Delta P \frac{dQ}{d\Delta P}\right)$$

$$-\gamma_w = \frac{6Q}{WH^2}$$

การหาค่าความเค้นเฉือน

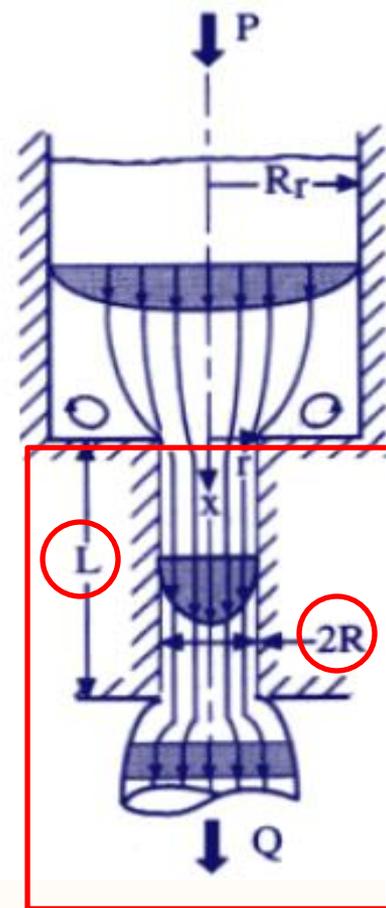
จาก

$$\tau_w = \frac{\Delta PR}{2L}$$

R = รัศมีของหัวขึ้นรูป

L = ความยาวของหัวขึ้นรูป

ΔP = Entrance pressure drop



การหาค่าอัตราเครีดเนียน

จาก
$$\gamma_w = \frac{4Q}{\pi R^3}$$

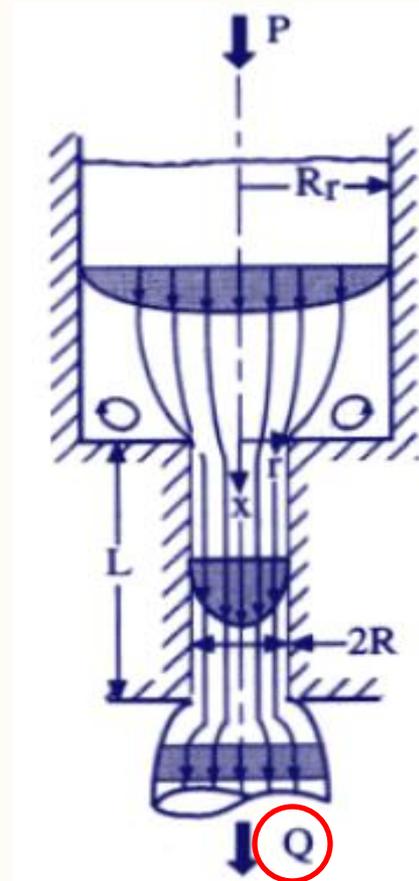
R = รัศมีของหัวขึ้นรูป

Q = อัตราการไหลเชิงปริมาตร

Q นั้นสามารถหาได้จากสูตร $Q = VA$ โดยที่

V คือ ความเร็วของแท่งกด

A คือ พื้นที่ของแท่งกด (πr^2)



โจทย์ตัวอย่าง

จงแสดงเส้นกราฟการไหลของ PS ที่ถูกใช้หาค่าสมบัติการไหลในเครื่องคาปิลารีรีโอมิเตอร์แบบควบคุมค่าอัตราเครียดเฉือน โดยเครื่องมีวัตต์ดังกล่าวนี้ใช้ห้องหลอมเหลวทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 26 mm และใช้หัวขึ้นรูปหน้าตัดกลมที่มีอัตราส่วนความยาวต่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเป็นจริงเท่ากับ 30/4 ภายใต้การทดสอบที่อุณหภูมิ 190°C

ขนาดความเร็วแห่งกดอัด (mm/min ⁻¹)	ความดันตกคร่อมที่ทางเข้าหัวขึ้นรูป (10 ⁵ Nm ⁻²)
20	37.9
30	62.6
50	81.2
100	99.7
200	110.0

ความเค้นเฉือน

สถานะที่ 1 : $R = 2 \text{ mm}$, $L = 30 \text{ mm}$, $\Delta P = 37.9 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

แทนค่าในสถานะที่ 1 ลงไปในสมการ

$$\begin{aligned}\tau_w &= (2\text{mm})(37.9 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}) / 2(30\text{mm}) \\ &= 1.26 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}\end{aligned}$$

$$\tau_w = \frac{\Delta PR}{2L}$$

สถานะที่ 2 : $R = 2 \text{ mm}$, $L = 30 \text{ mm}$, $\Delta P = 62.6 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$

แทนค่าในสถานะที่ 1 ลงไปในสมการ

$$\begin{aligned}\tau_w &= (2\text{mm})(62.6 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}) / 2(30\text{mm}) \\ &= 2.09 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}\end{aligned}$$

ความเครียดเฉือน

สถานะที่ 1 : $R = 2 \text{ mm}$, $V = 20 \text{ mm/min} = 0.33 \text{ mm/s}$, $A = 530.9 \text{ mm}^2$

แทนค่าในสถานะที่ 1 ลงไปในสมการ

$$\begin{aligned}\tau_w &= 4(0.33 \text{ mm/s})(530.9 \text{ mm}^2) / \pi(2^3) \\ &= 27.89 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

$$\gamma_w = \frac{4Q}{\pi R^3}$$

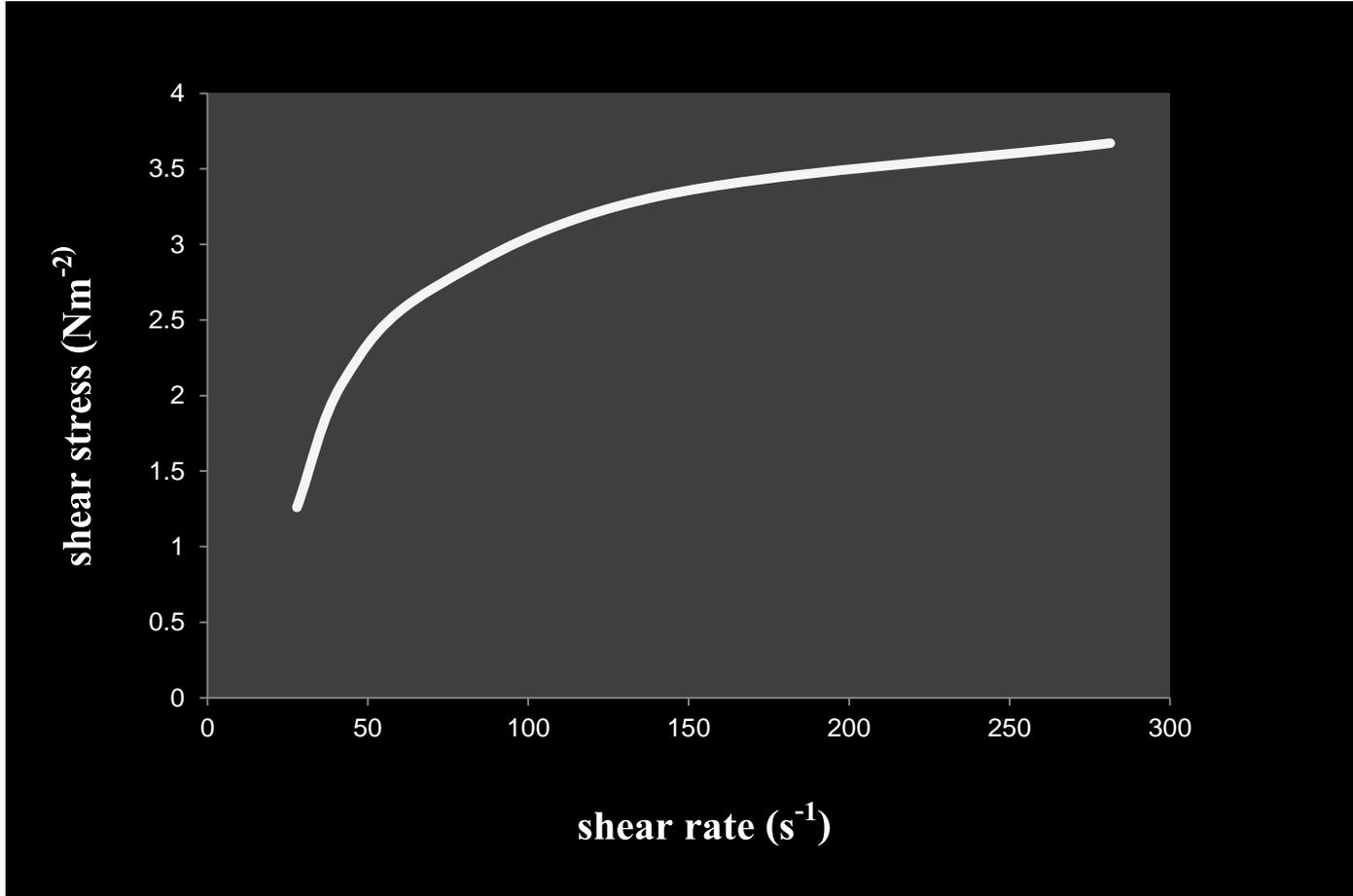
สถานะที่ 2 : $R = 2 \text{ mm}$, $V = 30 \text{ mm/min} = 0.5 \text{ mm/s}$, $A = 530.9 \text{ mm}^2$

แทนค่าในสถานะที่ 1 ลงไปในสมการ

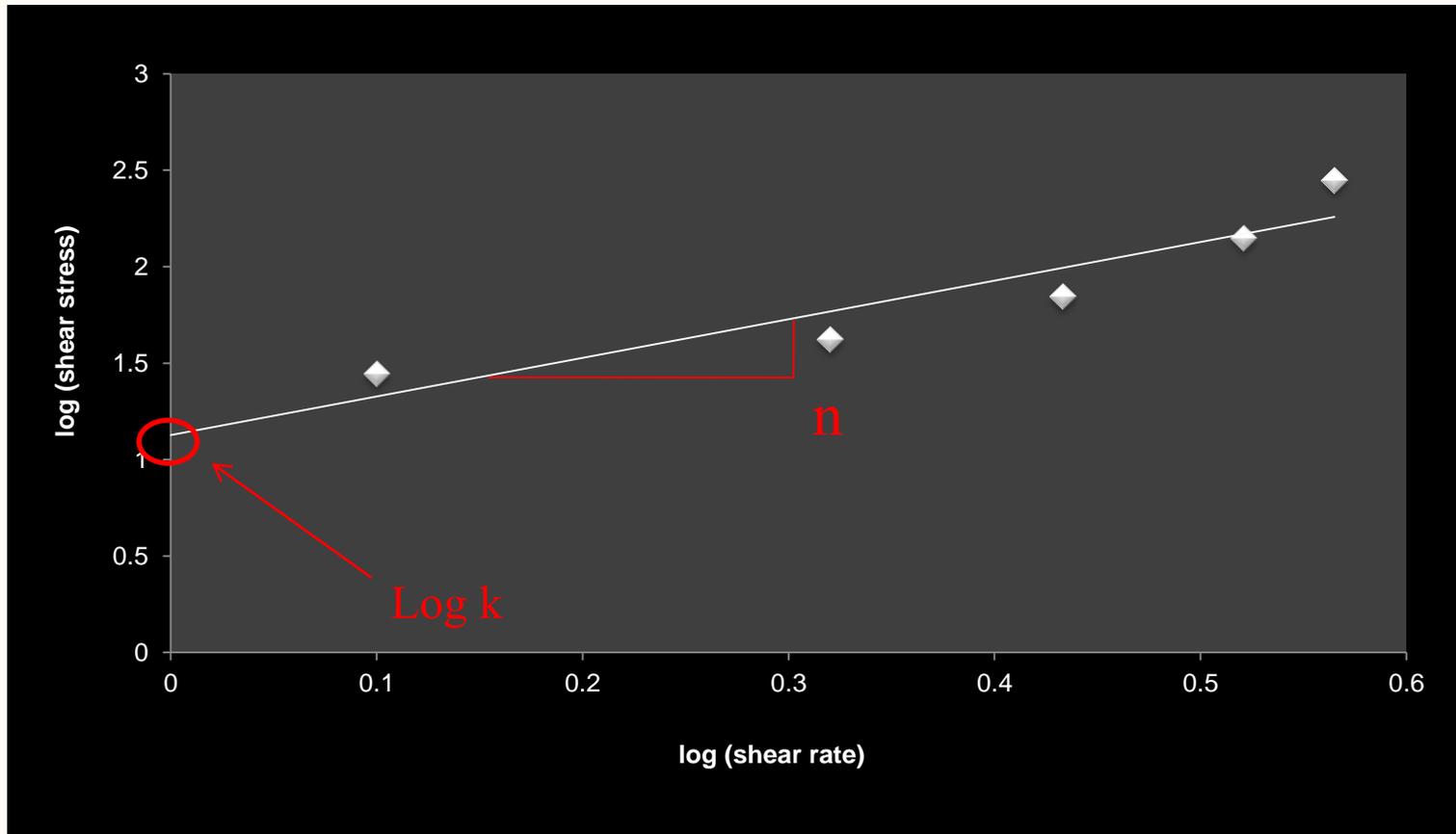
$$\begin{aligned}\tau_w &= 4(0.5 \text{ mm/s})(530.9 \text{ mm}^2) / \pi(2^3) \\ &= 42.25 \text{ s}^{-1}\end{aligned}$$

$$Q = VA$$

อัตราเฉียดเนียน (S^{-1})	ความเค้นเนียน (Nm^{-2})
27.89	1.26
42.25	2.09
70.39	2.71
140.86	3.32
281.39	3.67



ຈາກ $\tau = k \gamma^n \longrightarrow \log \tau = \log k + n \log \gamma \quad (y = mx + c)$



ข้อดี

1. เป็นระบบบอณาณภูมิคงที่
2. การวัดความดันตกคร่อมมีค่าใกล้เคียงความเป็นจริงมากกว่าเครื่องรีโอมิเตอร์แบบควบคุมความเค้นเนื่องมาจากตำแหน่งในการวัดความดันตกคร่อมอยู่ใกล้หัวขึ้นรูปมากกว่า
3. ไม่ต้องอาศัยข้อมูลอื่นๆจากเครื่องทดสอบชนิดอื่นมาประกอบในการคำนวณ
4. สามารถเปลี่ยนค่าความเร็วของแท่งขับเคลื่อนได้หลายความเร็วในหนึ่งการทดลอง
5. ง่ายต่อการทดลองมากกว่าเครื่องรีโอมิเตอร์แบบควบคุมความเค้นเนื่องในขั้นตอนการเตรียมการทดลองเนื่องจากไม่ต้องเอาลูกบอลออกทุกครั้งหลังจากทดลอง

ข้อเสีย

1. ของไหลที่บริเวณผนังจะเกิดการสลายตัวทางความร้อนไปบางส่วนเนื่องจากเกิดการเสียดสีระหว่างแท่งขับเคลื่อนกับกระบอกหลอม
2. สามารถเกิดปฏิกิริยาออกซิเดชันได้มากกว่าเครื่องรีโอมิเตอร์แบบควบคุมความเค้นเฉือน

